

歴史から学ぶ微分積分 ～数学の概念の歴史的発展-解析学-

東京理科大学理学部・加藤圭一

e-mail:kato@rs.tus.ac.jp

2018年7月25日

1 古代の求積法

微分積分法の発見以前は、個々の問題に応じて工夫をし、図形の面積、体積を計算していた。講義では、半径 r の球の体積の計算をアルキメデス (Archimedes) 流に行ってみる。

アルキメデスは、紀元前280年頃シチリア島シラクサに生まれ、エジプトのアレクサンドリアで学び、故郷のシラクサで王の庇護のもと、天分を発揮した。ローマ軍が攻めてきたとき、アルキメデスは砂の上に幾何図形を描いて思索中であったが、兵が近づいてきたとき、私の円を台無しにするなど叫んだため殺されたとのことである。

参考文献：フロリアン・カジョリ著「初等数学史」共立出版

2 ニュートン (I. Newton), ライプニッツ (G. W. Leibniz) の時代

微分法以後の求積法は、計算方法が一般化、自動化され、誰でも簡単に行うことができるようになった。ただし、その理論は、関数の概念が曖昧でかつ極限の概念がなかったため、難解であった。

ライプニッツが発明した微分および積分の記号は今でも使われている。

$$\frac{df}{dx}, \int f(x) dx$$

(ニュートンの微分の記号、 $\dot{x}(t)$ も一部では使われているが、高等学校では教えていない。)

参考文献：カール・B・ボイヤー「数学の歴史」(A History of mathematics)

3 コーシー (A. L. Cauchy) の貢献

コーシーは、関数を次のように定義した。

「いくつかの変数の間にある関係があり、そのうちの一つの変数の値が与えられれば、他の変数の値がすべて定まるならば、その一つの変数により、その他の変数を表していると考えます。このようなとき、この一つの変数を独立変数と呼び、他のものをこの独立変数の関数と考える。」

この定義は、現代流の関数の定義の原型である。コーシー以前の定義は、オイラーによる以下のものであった。

「一つの変数の関数とは、その変数と数または定数とから組み立てられた解析的式である。その関数は、定義域全体においてただ一つの解析的式で表現されているものとする。」

コーシーは、極限や関数の連続性も現在とほぼ同じように定義し、微分積分法を誰でもが理解できる形に書き直した。

参考文献：吉田耕作著「19世紀の数学 解析学 I」共立出版

4 リーマン (B. Riemann) の先見性

必ずしも連続ではない関数の積分を定義した (1854 年)。これを今日ではリーマン積分と呼ぶ。大学 1 年生で学ぶ積分は、通常、リーマン積分である。

リーマン積分には、リーマン積分可能な関数の極限がリーマン積分可能とは限らないという欠点がある。

参考文献：吉田耕作著「19世紀の数学 解析学 I」共立出版

5 究極のルベーグ (H. Lebesgue) の理論

ルベーグは、全く新しい着想に基づく方法で、リーマン積分の欠点を解決する新しい積分法を考案した (1902 年)。これを現在では、ルベーグ積分と呼ぶ。

リーマン積分の登場が 1854 年で、48 年後の 1902 年には究極のルベーグ積分が登場しているにもかかわらず、ルベーグ積分は、不思議なことに今でも専門科目として数学科の 3 年生で教えられるのみである。もちろん、現代の解析学において、断らなければ、積分とはルベーグ積分のことを指す。

参考文献：吉田耕作著「19世紀の数学 解析学 I」共立出版、吉田耕作・藤田宏著「現代解析入門」後篇「測度と積分」岩波書店。

6 現在の数学教育における微積分

我が国の高等学校の数学教育では、戦後直後を除いては、一貫して、微積分が教えられてきた。このことは、日本の科学技術の発展に大いに寄与したと思われるが、それ以外に高校生に微積分を教える意味はあるだろうか？もし、あるとすれば、それはどのようなことだろうか？

私自身はじめて微積分に接したとき、とても感動したのを覚えているし、高校生全員がこの感動を味わうことができればと思っている。また、小倉金之助先生は、1924年（大正13年）に、次のように書いておられる：

最後に残れる大問題は、中学校（旧制）における微積分の問題である。私は高尚な理論を避け、ただ三次くらいまでの整多項式のみについて、形式よりも実質的に、微分積分学の概念と精神とを導入するを力説したいものである。

「微積分！本当に微積分ですか、中学校で！ご冗談でしょう....」

「どう致しまして、僕は真面目なんです。僕は本当に真面目に、中学校に微積分のホンの簡単な概念だけでもよいから是非入れたいんです。」

「微積分を高等数学だなどというのは、例の孤立主義、階級思想の害毒なんです。適当な方法で教えさえすれば、微積分の概念は因数分解や幾何の変な問題などよりモットモットやさしいものなのです。それを難しいものに祭り上げたのは、数学あって人生あるを忘れた学者たちの仕業なんですよ。」

「それでも是非中学校でやらねばならないほどひつようなんですか。」

「無論必要ですとも。あの平易な微積分の概念こそ、本当に人生に必要な数学の行くべき道を示しているのです。ここまできてはじめて数学の科学的精神が高調されるんです。あのニュートンの認めた光、近代科学の本当の意味が、ここでようやくはっきり解ってくるんです。国民の常識として近代文明の意味を理解する必要があるものなら、微積分の概念は中等教育の中に入らねばならぬものです。」

皆さんはどうお考えですか？

参考文献：小倉金之助著「数学教育の根本問題」

資料配布用 Web サイト：<http://www.ma.kagu.tus.ac.jp/kato/>